

### 3 (Sem-2/CBCS) ECO HC 2

2 0 2 2

## ECONOMICS

Paper : ECO-HC-2026

( **Mathematical Methods in Economics—II** )

( **Honours Core** )

*Full Marks : 80*

*Time : 3 hours*

*The figures in the margin indicate full marks  
for the questions*

1. Answer the following as directed (any ten) :

1×10=10

তলত দিয়াসমূহৰ নিৰ্দেশ অনুযায়ী উত্তৰ দিয়া (যি কোনো দহটা) :

(a) Write a unit matrix of order  $3 \times 3$ .

$3 \times 3$  ক্ৰমৰ এটা একক মৌলিক লিখা।

(b) If the two rows (or columns) of a determinant are identical, the value of the determinant will be \_\_\_\_\_ (zero/one).

( Fill in the blank )

যদি এটা নিৰ্ধাৰকৰ দুটা শাৰী (বা স্তম্ভ) একে হয়, তেন্তে  
নিৰ্ধাৰকটোৰ মান হ'ব \_\_\_\_\_ (শূন্য/এক)।

( খালী ঠাই পূৰণ কৰা )

( 2 )

- (c) All differentiable functions are continuous, but not all continuous functions are differentiable.

( Write True or False )

সকলো অৱকলনীয় ফলনেই অবিচ্ছিন্ন হয়, কিন্তু সকলো অবিচ্ছিন্ন ফলনেই অৱকলনীয় নহয়।

( সত্য নে অসত্য লিখা )

- (d) Is  $(AB)' = B'A'$  correct?

$(AB)' = B'A'$  শুদ্ধ হয়নে?

- (e) Every homogeneous function is homothetic, but all homothetic functions may not be homogeneous.

( Write True or False )

প্রত্যেক সদৃশ ফলনেই সমরূপ হয়, কিন্তু সকলো সমরূপ ফলনেই সদৃশ ফলন নহ'বও পাৰে।

( সত্য নে অসত্য লিখা )

- (f) Define idempotent matrix.

বর্গসম মৌলকক্ষৰ সংজ্ঞা দিয়া।

- (g) Having an objective function with two explanatory variables and one equality constraint, the order of the second-order bordered Hessian determinant will be

22A/1098

( Continued )

( 3 )

এটা অভিলক্ষ্য ফলনসহ দুটা স্বতন্ত্র চলক আৰু সমান প্রতিবন্ধক থকা সীমাস্থিত 'হেছিয়ান' নির্ধাৰকৰ দ্বিতীয় ক্রম হ'ব

(i)  $2 \times 2$

(ii)  $3 \times 3$

(iii)  $4 \times 4$

(iv)  $2 \times 3$

( Choose the correct answer )

( শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা )

- (h) What is the rank of a null matrix?

এটা বিকৃত মৌলকক্ষৰ অনুস্থিতি কি হ'ব?

- (i) Is  $x^2 + y^2 = 1$  an implicit function?

$x^2 + y^2 = 1$  এটা অন্তর্নিহিত ফলন হয়নে?

- (j) If  $I$  is a unit matrix, then  $5I$  will be

যদি  $I$  এটা একক মৌলকক্ষ হয়, তেন্তে  $5I$  হ'ব

(i) a triangular matrix / এটা ত্ৰিভুজীয় মৌলকক্ষ

(ii) a unit matrix / এটা একক মৌলকক্ষ

(iii) a scalar matrix / এটা অদিশ মৌলকক্ষ

(iv) a vector / এটা সদিশ বাশি

( Choose the correct answer )

( শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা )

22A/1098

( Turn Over )

( 4 )

(k) What is the trace of the matrix  $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ?

$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  মৌলকক্ষটোৰ অনুৰেখ কি হ'ব?

(l) The solution of a differential equation of first-order consists of

প্রথম-ক্রমৰ এটা অৱকলনীয় সমীকৰণৰ সমাধানত থাকে

(i) complementary solution / পৰিপূৰক সমাধান

(ii) particular solution / বিশেষ সমাধান

(iii) Both (i) and (ii) / (i) আৰু (ii) দুয়োটা

(iv) trial solution / পৰীক্ষণ সমাধান

( Choose the correct answer )

( শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা )

(m) Define saddle point.

পৰ্যায় বিন্দুৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(n) Difference equation is used in discrete/continuous time analysis.

বিৰত/অবিৰত সময় বিশ্লেষণত ভেদ সমীকৰণ ব্যৱহৃত হয়।

( Choose the correct option )

( শুদ্ধ বিকল্পটো বাছি উলিওৱা )

(o) Cobweb model is very appropriate for

মকৰাজাল আৰ্হিটো বেছি অৰ্থবহ হয়

(i) agricultural products

কৃষিজাত দ্ৰব্যৰ বাবে

( 5 )

(ii) industrial products

ঔদ্যোগিক দ্ৰব্যৰ বাবে

(iii) Both (i) and (ii)

(i) আৰু (ii) দুয়োটা

(iv) service

সেৱা সামগ্ৰীৰ বাবে

( Choose the correct answer )

( শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা )

2. Answer the following questions (any five) :

2×5=10

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া (যি কোনো পাঁচটা) :

(a) Give an example of a diagonal matrix.

এটা বিকৰ্ণ মৌলকক্ষৰ উদাহৰণ দিয়া।

(b) Prove that for any scalar  $\lambda$

$$\lambda(A+B) = \lambda A + \lambda B$$

যি কোনো অদিশ বাশি  $\lambda$ ৰ বাবে প্ৰমাণ কৰা যে

$$\lambda(A+B) = \lambda A + \lambda B$$

(c) Give an economic interpretation of Lagrange multiplier.

লাগ্ৰাঞ্জ গুণকৰ অৰ্থনৈতিক ব্যাখ্যা আগবঢ়োৱা।

(d) Define vector space with example.

উদাহৰণসহ সদিশ স্থলৰ সংজ্ঞা দিয়া।

( 6 )

(e) Find the norm of the following matrix :

তলত দিয়া মৌলকক্ষটোৰ মানক উলিওৱা :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 6 & 4 & 12 \\ 5 & 3 & 10 \end{bmatrix}$$

(f) Define intertemporal equilibrium.

আন্তঃসাময়িক ভাবসাম্যৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(g) Find the rank of the following matrix :

তলৰ মৌলকক্ষটোৰ অনুস্থিতি নিৰ্ণয় কৰা :

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 15 & 9 \end{bmatrix}$$

(h) Define homothetic function with example.

উদাহৰণসহ সমৰূপ ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া।

3. Answer the following questions (any four) :

5×4=20

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া (যি কোনো চাৰিটা) :

(a) Prove that

প্ৰমাণ কৰা যে

$$N(AB) \leq N(A) N(B)$$

( 7 )

(b) Evaluate the following determinant :

তলত দিয়া নিৰ্ধাৰকটোৰ মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$\begin{vmatrix} x & 5 & 0 \\ 3 & y & 2 \\ 9 & -1 & 8 \end{vmatrix}$$

(c) Find the extreme value of the following function :

তলত দিয়া ফলনটোৰ চৰম মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$Z = x^2 + xy + 2y^2 + 3$$

(d) Find  $A^2 - 5A + 7I$  from the following matrix :

তলত দিয়া মৌলকক্ষৰ পৰা  $A^2 - 5A + 7I$  নিৰ্ণয় কৰা :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$$

(e) Determine whether the following function is homogeneous. If so, of what degree?

তলত দিয়া ফলনটো সদৃশ ফলন হয় নে নহয়, নিৰ্ণয় কৰা। যদি হয়, তেন্তে কিমান মাত্ৰাৰ ?

$$f(x, y, w) = \frac{xy^2}{w} + 2xw$$

- (f) Prove that if a function  $f(x)$  is differentiable at a point  $x=c$ , then  $f(x)$  is continuous at  $x=c$ .

প্রমাণ কৰা যে যদি এটা ফলন  $f(x)$ ,  $x=c$  বিন্দুত অৱকলনীয় হয়, তেন্তে ফলনটো  $x=c$  বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন হ'ব।

- (g) Given  $X' = [x_1 \ x_2 \ x_3]$ , write out the column vector  $X$  and find  $XX'$ .

যদি  $X' = [x_1 \ x_2 \ x_3]$  দিয়া থাকে, তেন্তে সদিশ ভেক্টৰ  $X$  কি হ'ব, লিখা আৰু  $XX'$  নিৰ্ণয় কৰা।

- (h) Prove that the Cobb-Douglas production function  $Q = AK^\alpha L^\beta$  is a linearly homogeneous production function, if  $\alpha + \beta = 1$ .

প্রমাণ কৰা যে যদি  $\alpha + \beta = 1$  হয়, তেন্তে ক'ব-ডগলাচৰ উৎপাদন ফলন  $Q = AK^\alpha L^\beta$  এটা সবলবৈধিক মাত্ৰাৰ সদৃশ উৎপাদন ফলন হয়।

4. Answer the following questions (any four) :

$$10 \times 4 = 40$$

তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া (যি কোনো চাৰিটা) :

- (a) Solve the following simple national income model using the method of  
(i) Cramer's rule and (ii) matrix inversion :

$$5+5=10$$

তলত দিয়া সবল জাতীয় আয়ৰ আৰ্হিটো (i) ক্ৰেমাৰৰ পদ্ধতি আৰু (ii) প্ৰতিলোমীয় মৌলকক্ষৰ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা :

$$Y = C + I_0 + G_0$$

$$C = a + bY \quad (a > 0, 0 < b < 1)$$

- (b) A price discriminating firm has the following average revenue functions :

$$P_1 = 63 - 4Q_1$$

$$P_2 = 105 - 5Q_2$$

$$P_3 = 75 - 6Q_3$$

If total cost function  $C = 20 + 15Q$ , then find the equilibrium outputs and equilibrium prices. 5+5=10

দৰ বিভেদীকৰণ কৰা উৎপাদন প্ৰতিষ্ঠান এটাৰ গড় আয় ফলনবোৰ তলত দিয়া হৈছে

$$P_1 = 63 - 4Q_1$$

$$P_2 = 105 - 5Q_2$$

$$P_3 = 75 - 6Q_3$$

মুঠ ব্যয় ফলনটো যদি  $C = 20 + 15Q$  হয়, তেন্তে ভাৰসাম্য উৎপাদনৰ পৰিমাণ আৰু ভাৰসাম্য দৰ উলিওৱা।

- (c) A monopolist produces his product in two different plants and his total cost (TC) function of the two plants are given by

$$TC_1 = 10 - 2Q_1 + Q_1^2$$

$$TC_2 = 15 - 6Q_2 + 2Q_2^2$$

( 10 )

If the average revenue (AR) function is given by  $AR = 50 - 2Q$ , then find—

- (i) profit maximizing outputs;  
(ii) maximum profit. 5+5=10

এজন একচেটীয়া বিক্রেতাই দুটা ভিন্ন প্রকল্পত উৎপাদন কৰা সামগ্ৰীৰ ব্যয় (TC) ফলন হ'ল

$$TC_1 = 10 - 2Q_1 + Q_1^2$$
$$TC_2 = 15 - 6Q_2 + 2Q_2^2$$

যদি গড় আয়  $AR = 50 - 2Q$  হয়, তেন্তে—

- (i) সর্বোচ্চ লাভ অর্জনকাৰী উৎপাদনৰ পৰিমাণসমূহ;  
(ii) সর্বোচ্চ লাভ নির্ণয় কৰা।

- (d) For each  $F(x, y) = 0$  use the implicit function rule to find  $\frac{dy}{dx}$  : 5+5=10

অন্তর্নিহিত ফলনৰ নিয়ম প্রয়োগ কৰি তলত দিয়া প্রতিটো

$F(x, y) = 0$  ফলনৰ পৰা  $\frac{dy}{dx}$  নির্ণয় কৰা :

- (i)  $F(x, y) = y - 6x + 7 = 0$   
(ii)  $F(x, y) = 3x^2 + 2xy + 4y^3 = 0$

- (e) Solve the following differential equation :

তলত দিয়া অৱকলনীয়া সমীকৰণটো সমাধান কৰা :

$$\frac{dy}{dt} + 4y = 12, \quad y(0) = 2$$

( 11 )

- (f) Solve the following first-order difference equation :

তলত দিয়া প্রথম-ক্রমৰ ভেদ সমীকৰণটো সমাধান কৰা :

$$y_{t+1} - 5y_t = 1, \quad y(0) = \frac{7}{4}$$

- (g) The consumer's utility function and budget constraint are given as follows :

$$U = 18xy + 9y \quad \text{subject to } 6x + 3y = 15$$

Find out optimum purchase of  $x$  and  $y$  which will maximize the utility of the consumer.

উপভোক্তাৰ উপযোগিতা ফলন আৰু বাজেট প্ৰতিবন্ধক ক্ৰমান্বয়ে তলত দিয়া আছে :

$$U = 18xy + 9y \quad \text{সাপেক্ষে } 6x + 3y = 15$$

উপভোক্তাৰ উপযোগিতা সর্বাধিক হোৱাৰ বাবে  $x$  আৰু  $y$  সামগ্ৰীৰ ক্ৰয় কিমান হ'ব লাগিব, নির্ণয় কৰা।

- (h) A producer's cost function (C) and production function (Q) are given below. Find the optimum combination of inputs [labour (L) and capital (K)] in order to minimize the cost of production

$$C = 2L + 4K \quad \text{subject to } Q = 8L^{\frac{1}{4}}K^{\frac{1}{2}} = 64$$

এজন উৎপাদকৰ ব্যয় ফলন (C) আৰু উৎপাদন ফলন (Q) তলত দিয়া হৈছে। ব্যয় সৰ্বনিম্ন কৰাৰ বাবে উৎপাদনৰ উপাদান [শ্রম (L) আৰু মূলধন (K)]ৰ সৰ্বোত্তম সংমিশ্রণ কি হ'ব, নিৰ্ণয় কৰা :

$$C = 2L + 4K \quad \text{সাপেক্ষে} \quad Q = 8L^{\frac{1}{4}}K^{\frac{1}{2}} = 64$$

- (i) Find equilibrium income ( $\bar{Y}$ ), consumption ( $\bar{C}$ ) and tax revenue ( $\bar{T}$ ) from the following simple national income model :

তলত দিয়া সৰল জাতীয় আয়ৰ আৰ্হিৰ পৰা ভাৰসাম্য আয় ( $\bar{Y}$ ), ভোগ ব্যয় ( $\bar{C}$ ) আৰু কৰ বাজহ ( $\bar{T}$ ) নিৰ্ণয় কৰা :

$$\begin{aligned} Y &= C + I_0 + G_0 \\ C &= 200 + 0.8(Y - T) \\ T &= 50 + 0.3Y \\ I_0 &= 500 \\ G_0 &= 400 \end{aligned}$$

- (j) Analyze the following market model for stability :

তলত দিয়া বজাৰ আৰ্হিটোৰ সুস্থিৰতা বিশ্লেষণ কৰা :

$$\begin{aligned} Q_d &= 14 - 3P \\ Q_s &= -10 + 2P \\ \frac{dp}{dt} &= 4(Q_d - Q_s) \end{aligned}$$

\*\*\*